

Tilnærmet beregning af hanebåndsspærfag

Ernst Jensen, A. Brink-Nielsen og Jørgen Nielsen

Tidsskrifter

BSM 27-1 Bygningsstatistiske Meddelelser

1956

TILNÆRMET BEREGNING AF HANEBÅNDSSPÆRFAG

Af

ERNST JENSEN, A. BRINK NIELSEN OG JØRGEN NIELSEN

UDK 624.024.21

1. Statistiske bestemmelser i forslaget til bygningsreglement til en landsbygge lov.

I tilslutning til udkast til en landsbygge lov, som er udsendt af bygge-lovsudvalget af 1948, er der også udsendt et udkast til supplerende bestemmelser i form af vedtægter og et bygningsreglement. Dette byg-ningsreglement skulle være den del af komplekset, der indeholder nærmere bestemmelser om bygningers indretning og dimensionering. Der er dog kun detaljeret foreskrevet dimensioner etc. for de traditio-nelle konstruktioner og materialer. Af bestemmelserne er naturligvis en del af statisk natur. Hvor dimensionerne har kunnet beregnes efter Dansk Ingeniørforenings normer, er disse anvendt ved fastsættelsen, og beregningerne har ikke voldt større vanskeligheder. I nogle tilfælde har rationelle beregninger ikke kunnet opstilles, og dimensionerne er da fastsat på grundlag af gammel praksis o. lign.

En enkelt konstruktionsform, nemlig hanebåndsspærfag af træ i sa-deltage, er dog af en sådan natur, at der nok kan opstilles beregninger efter normerne, men disse bliver meget komplicerede. Der er derfor ved tabellerne i reglement-forslaget anvendt en beregningsmåde, der indeholder visse tilnærmelser. For beregningsmåden skal der her gøres rede.

2. Beregning af spærfag uden hensyn til søjlevirkningen.

Beregningerne er opstillet for spærfag med taghældning 45° og hane-bånd, der forbinder spærenes midtpunkter. Forholdene for spærfag med andre hældninger og hanebåndshøjder vil senere blive omtalt. Alle forbindelser er betragtet som friktionsløse led og fodpunkterne som uforskydelige.

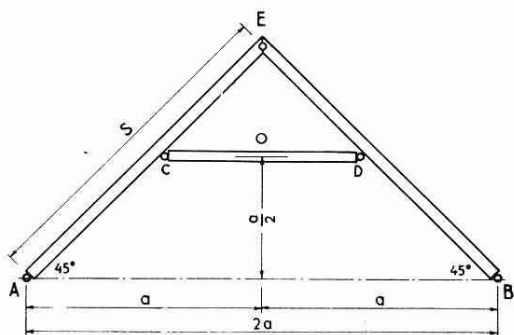


Fig. 1.

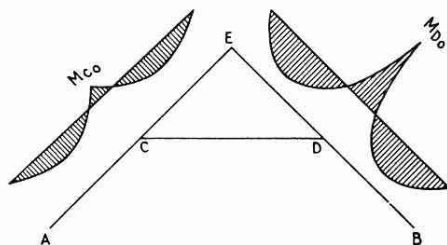


Fig. 2.

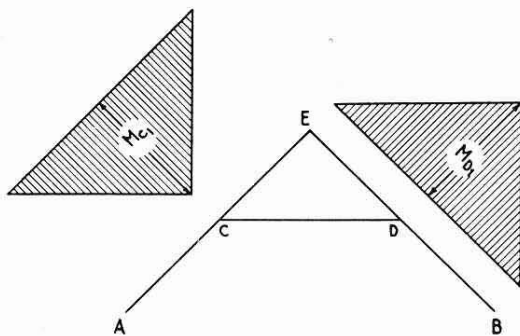


Fig. 3.

I reglementet angives det som en forudsætning for, at tabellerne kan anvendes, at samlingerne ved hanebåndet ikke svækker spæret. Beregningerne forudsætter derfor også, at spæret går kontinuerligt gennem samlingen. Beregningerne er gennemført ud fra elasticitetsteorien, og bagefter er formlerne tilpasset træets arbejdslinie.

Først tænkes et hovedsystem dannet ved, at midtpunktet O af hanebåndet fastholdes. Alle knudepunkterne A , B , C , D og E bliver derved liggende fast, idet der ses bort fra stængernes sammentrykning. Når de ydre kræfter sættes på systemet, opstår der kræfter og momenter i stængerne. For at opretholde ligevægten ved forskellig belastning på de to sider, må punktet O fastholdes af en vandret kraft. Hvert spær vil få momenter som en kontinuerlig bjælke over to lige store åbninger og påvirket af de ydre kræfter på dem. For egenvægt, snebelastning og vindtryk bliver momenterne i punkterne C og D ved hanebåndet derfor negative. For vindsugning bliver de positive. Momenterne i punkterne C og D i hovedsystemet kaldes henholdsvis M_{C_0} og M_{D_0} .

Dernæst tænkes en kraft lig med og modsat rettet af kraften i O sat på systemet. Derved opstår der tillægs kræfter og -momenter, som lagt til de første giver følgende størrelser, der er bestemmende for de senere beregninger:

Momentet i hovedsystemet i punkt D

$$M_{D_0} = -\frac{1}{32} ga^2 + \frac{1}{16} w_1 a^2.$$

Det samlede moment i punkt D

$$M_D = -\frac{1}{32} ga^2 - \frac{5}{64} pa^2 - \frac{5}{32} wa^2 - \frac{3}{32} w_1 a^2.$$

Trykket i punkt D umiddelbart under hanebånd

$$P_{DV} = \frac{21}{32} \sqrt{2} ga + \frac{21}{64} \sqrt{2} pa + \frac{1}{2} \sqrt{2} wa + \frac{5}{32} \sqrt{2} (w - w_1).$$

Middeltrykket i de fire spærdele

$$P_m = \frac{1}{2} \sqrt{2} ga + \frac{1}{4} \sqrt{2} pa + \frac{1}{4} \sqrt{2} (w - w_1) a$$

- g = egenvægten pr. længdeenhed af spæret
 p = snebelastning på venstre side pr. længdeenhed af spærets projektion
 w = vindtryk på venstre side pr. længdeenhed af spæret
 w_1 = vindsugning på højre side pr. længdeenhed af spæret
 a = halvdelen af spærfagets spændvidde.

Formlerne er i overensstemmelse med de af J. A. Laursen i B.S.M. 1948, side 39—42 angivne. Tillægsmomenterne i spærene har trekantformede momentkurver, og da udbøjningerne i punkterne C og D er lige store, bliver momenterne også lige store med modsat fortegn.

Disse momenter kaldes henholdsvis M_{C_1} og M_{D_1} . Man har da

$$M_{D_1} = -M_{C_1} = -\frac{5}{64}pa^2 - \frac{5}{32}(w + w_1)a^2.$$

I det følgende forudsættes, at spæret AE får maksimumsbelastning og spæret BE minimumsbelastning; tillægsmomentet bliver da positivt i C og negativt i D . Det numerisk største samlede moment bliver derfor i D , hvor det negative moment i hovedsystemet skal lægges til det negative tillægsmoment. Vindsugningen beregnet efter normerne er så lille, at den ikke er bestemmende.

3. Beregning af søjlevirkningen efter elasticitetsteorien.

De således beregnede kræfter og momenter er i ligevægt med de ydre kræfter og reaktionerne. Det er dog en forudsætning for, at disse kan betragtes som ligevægtstilstand, at udbøjningerne af C og D er så små, at der kan ses bort fra, at spærene AE og BE påvirkes som søjler. Det vil imidlertid føre til meget komplicerede beregninger at tage nøjagtigt hensyn til denne udbøjningsfare. Der er derfor her anvendt en beregningsmåde, hvor der er indført visse tilnærmelser.

Foreløbig tænkes trykkene inden for de fire spærdele AC , CE , BD og DE konstante af størrelserne P_{CU} , P_{CO} , P_{DU} og P_{DO} . Udbøjningen i punkterne C og D af de to spær er lige store og kaldes f . Disse udbøjninger er frembragt dels af tillægsmomenterne og dels af søjlevirkningen af stangkræfterne, medens momenterne i hovedsystemet, der jo ikke

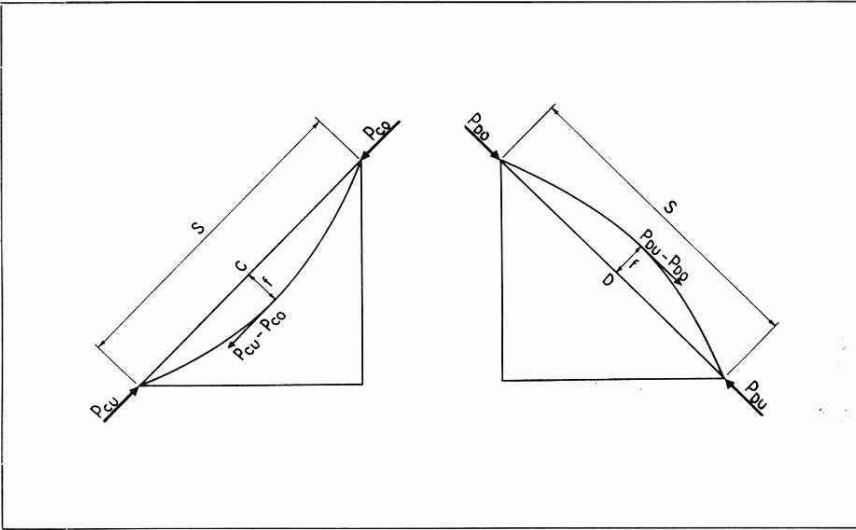


Fig. 4. Kræfter på udbøjede spær.

giver udbøjninger af punkterne C og D , ikke regnes at give bidrag til søjleudbøjningen. Spændingerne fra momenterne i hovedsystemet regnes altså at virke som en slags forspændinger.

Der er ved beregningen af momenterne i hovedsystemet stiltiende gået ud fra, at stængernes stivhed over for tværkræfter er uafhængig af trykket i dem. I almindelighed er dette ikke tilfældet, selv når Hookes lov gælder. Den tilsyneladende stivhed over for tværkræfter af en retlinet stang afhænger på grund af søjlevirkningen af størrelsen af de længdekræfter, den påvirkes af. Bliver en trykstang påvirket af tværkræfter, giver disse umiddelbart momenter og udbøjninger som i en stang uden længdekræfter. Trykket giver som følge af udbøjningerne forøgede momenter og udbøjninger. Stivheden overfører tværkræfter, den tilsyneladende stivhed, formindskes altså, når trykket forøges. Dette forhold ændrer imidlertid ikke momentfordelingen, når hanebåndet, som her forudsat, ligger i tagets halve højde, og belastningen på hvert spær er ensfordelt. Betragtes således spæret EB , vil der ingen vinkeldrejning finde sted i D , selv om den øvre del ED har mindre tryk og derfor er tilsyneladende stivere end den nedre DB , når blot denne stivhed kan regnes konstant på hver af stangdelene ED og DB . Tænkes nemlig spæret overskåret i D , vil DB ganske vist få større vinkeldrejning i D end DB , men der skal påføres nøjagtig samme negative momenter i D på begge spærdele for at rette deres hældning op til den oprindelige i dette punkt. Det moment, som skal påføres i D vil altså være lig det foran beregnede M_{D_0} .

Den teoretiske længde af hvert spær kaldes s . Reaktionen i henholdsvis punkterne A og E og i punkterne B og E fra stangkræfterne virkende på de udbøjede spær bliver numerisk

$$(P_{CU} - P_{CO}) \frac{f}{s} \quad \text{og} \quad (P_{DU} - P_{DO}) \frac{f}{s}.$$

Momenterne i punkterne C og D frembragt af disse stangkræfter bliver henholdsvis

$$\frac{1}{2} f(P_{CV} + P_{CO}) \quad \text{og} \quad -\frac{1}{2} f(P_{DV} + P_{DO}).$$

Når de to spær belastes forskelligt, bliver disse momenter forskellige, hvad der igen svarer til forskellige udbøjninger fra disse momenter. Da udbøjningerne imidlertid i alt skal være lige store, må der ske en udligning gennem en ændring i hanebåndstrykket.

Der gås nu ud fra den tilnærmelsesvis rigtige forudsætning, at lige store udbøjninger giver numerisk lige store udbøjningsmomenter. Ændringen af hanebåndstrykket må derfor overføre noget af udbøjningsmomentet i det stærkest påvirkede spær til det svagest påvirkede, således at momenterne bliver lige store.

Udbøjningsmomentet bliver da:

$$\frac{1}{4} f(P_{CV} + P_{CO} + P_{DV} + P_{DO}) = f P_m.$$

P_m er middelværdien af stangkræfterne, der hidtil er betragtet som konstant for hver af de fire spærdele. Er belastningen på hvert spær ensfordelt, således som normerne forudsætter, kan man regne med, at størrelserne P_{CV} , P_{CO} , P_{DV} og P_{DO} betegner henholdsvis kræfterne umiddelbart under og over punkterne C og D . Kræfterne i spærene vil da falde jævnt fra disse punkter i opadgående retning og tiltage jævnt i nedadgående retning i samme grad. Den øvre spærdel vil derfor bidrage mindre til momentet i midten end påregnet, men den nedre spærdel vil bidrage lige så meget mere.

Under systemets udbøjning ændres trykkene i spærsiderne en ubetydelighed fra de oprindelige, idet trykket forøges i EB og formindskes i AE . Det gennemsnitlige tryk P_m er imidlertid uforandret.

Foruden momenterne i hovedsystemet bliver de to spær altså påvirket af momenter med numerisk værdi:

$$M_{D_1} + f P_m.$$

Går man nu frem som sædvanligt ved beregning af søjler påvirket af tværkræfter, fås momentet

$$M_{D_1} \left(1 + \mu \frac{P_m}{P_E - P_m} \right),$$

hvor P_E er spærets bæreevne med længden s beregnet efter Eulerformlen og μ en koefficient, der er afhængig af formen af den oprindelige momentflade. Med en trekantformet momentflade bliver $\mu = \frac{\pi^2}{12} = 0,8228$. Umiddelbart under punktet D , hvor påvirkningen er størst, bliver trykspændingen

$$\sigma_{NU} = \frac{P_{DU}}{F}$$

og bøjningsspændingen

$$\sigma_M = \frac{M_0}{W} + \frac{M_1}{W} \left(1 + \mu \frac{P_m}{P_E - P_m} \right),$$

hvor F er spærets tværsnitsareal og W dets modstandsmoment. Med andre betegnelser bliver

$$\sigma_M = \sigma_{M_0} + \sigma_{M_1} \left(1 + \mu \frac{\sigma_{N_m}}{\sigma_E - \sigma_{N_m}} \right).$$

I disse formler er

σ_{NU} = trykspændingen fra normalkraften umiddelbart under punktet D

σ_M = spændingen fra det samlede bøjningsmoment i punktet D

σ_{M_0} = bøjningsspændingen fra momentet i hovedsystemet i punktet D

σ_{M_1} = bøjningsspændingen fra tillægsmomentet i punktet D

σ_{N_m} = middeltallet af spændingen fra normalkræfterne i fire tværsnit umiddelbart over og under punkterne C og D

$\sigma_E = P_E : F$.

4. Indførelse af træets egenskaber.

Formlerne i det foregående forudsætter, at Hookes lov gælder. Da materialet er træ, må de imidlertid tilpasses efter træets elastiske forhold.

Ved hanebåndsspærfag vil spændingen fra normaltrykket altid være mindre end halvdelen af træets trykbrudstyrke σ_T , og ved så lille normaltryk kan træets stivhedskurve — så længe materialet er ubeskadiget — regnes at være retlinet med konstant elasticitetskoefficient $E_0 = 100.000 \text{ kg/cm}^2$.

De tidligere fundne værdier for momenterne M_{D_0} , M_D og M_{D_1} samt normalkræfterne P_{DU} og P_m og de heraf beregnede spændinger kan da stadig regnes gældende. Det samme gælder forøgelsen af bøjningsspændingen σ_{M_1} til

$$\sigma_{M_1} \left(1 + \mu \frac{\sigma_{N_m}}{\sigma_E - \sigma_{N_m}} \right)$$

idet

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E_0 I}{s^2 F}.$$

Den samlede bøjningsspænding σ_M skal dernæst kombineres med trykspændingen σ_N . Derved må imidlertid den samlede spænding i materialets trykside ikke overskride en værdi af samme størrelsesorden som trykbrudstyrken (efter normerne 0,7 gange bøjningsbrudstyrken), da der ved denne spænding må ventes at optræde stukning af materialet i stangens trykside, som ret pludseligt vil forøge udbøjningen og ved større normaltryk straks medføre brud.

Træet beskadiges ved stukningen, således at stivheden formindskes, men ved små normaltryk σ_N vil belastningen dog kunne forøges lidt ud over stukningsgrænsen, inden bruddet indtræffer.

De ved udarbejdelsen udførte talregninger viser, at man ved en projektering i overensstemmelse med normernes krav og forudsætninger ved alle i praksis forekommende dimensioner vil ligge i dette område.

Grundlaget for momentforøgelsen i det plastiske område, hvor der har fundet stukning sted i materialets trykside, er givet i Jørgen Nielsens artikel om ekscentrisk belastede træ søjler B.S.M. 1953, side 39 ff. Det er her (s. 49) vist, at der i det plastiske område kan regnes med en søjleelasticitetskoefficient E_σ , som aftager retlinet fra værdien $2/3 E_0$, gældende for $\sigma_{N_m} = 0$, til 0 for $\sigma_{N_m} = 2/3 \sigma_T$.

Ved trykspændingen σ_{Nm} er elasticitetskoefficienten altså

$$E_{\sigma} = \frac{2}{3} E_0 \frac{{}^{2/3}\sigma_T - \sigma_{Nm}}{{}^{2/3}\sigma_T}.$$

Den under søjlens udbøjning forøgede bøjningsspænding kan herefter med tilnærmelse regnes

$$\sigma_M = \sigma_{M_0} + \sigma_{M_1} \left(1 + \mu \frac{\sigma_{Nm}}{\frac{\pi^2 E_0 I}{s^2 F} \frac{2}{3} \frac{{}^{2/3}\sigma_T - \sigma_{Nm}}{{}^{2/3}\sigma_T} - \sigma_{Nm}} \right).$$

Det må bemærkes, at den direkte sammenlægning med bøjningsspændingen σ_{M_0} fra hovedsystemet ikke er korrekt, da Hookes lov ikke gælder efter stukningen. Beregningen bliver herved en smule på den sikre side.

Idet Eulerspændingen $\sigma_E = \frac{\pi^2 E_0 I}{s^2 F}$ indføres, fås

$$\begin{aligned} \sigma_M &= \sigma_{M_0} + \sigma_{M_1} \left(1 + \mu \frac{\sigma_{Nm}}{\frac{\sigma_E \frac{2}{3} \sigma_T - \sigma_{Nm}}{\sigma_T} - \sigma_{Nm}} \right) \\ &= \sigma_{M_0} + \sigma_{M_1} \left(1 + \mu \frac{\sigma_{Nm}}{\frac{2}{3} \sigma_E - \sigma_{Nm} \left(1 + \frac{\sigma_E}{\sigma_T} \right)} \right). \end{aligned}$$

Med indførelse af tilladelige spændinger kan spændingen fra momentet herefter regnes

$$\sigma_M = \sigma_{M_0} + \sigma_{M_1} + \mu \sigma_{M_1} \frac{\sigma_{Nm}}{\frac{2}{3} r_E - \sigma_{Nm} \left(1 + \frac{r_E}{r_0} \right)}.$$

For r_E gælder med sikkerhedsgraden $n = 5$ og med $E_0 = 100.000$ kg/cm²

$$r_E = \frac{\pi^2 E_0 I}{n s^2 F} \sim 20 \frac{I}{(s/100)^2 F} \text{ kg/cm}^2$$

$$r_E = \frac{5}{3} \left(\frac{h}{s/100} \right)^2 \text{ kg/cm}^2 \text{ for rektangulært tværsnit.}$$

Indføres h i tommer ($1'' = 2,5 \text{ cm}$) og s i meter, fås

$$r_E = \frac{5}{3} \cdot 2,5^2 \cdot \left(\frac{h''}{sm} \right)^2 = 10,4 \left(\frac{h''}{sm} \right)^2 \text{ kg/cm}^2.$$

Brudtilstanden i det farligste snit, som er beliggende umiddelbart under punkt D , kan regnes at optræde, når

$$\frac{\sigma_{NU}}{\sigma_T} + \frac{\sigma_M}{\sigma_B} = 1,$$

hvor σ_B betegner bøjningsbrudstyrken.

Spæret regnes da ikke at kunne optage mere belastning, hvilket begrundes nærmere i afsnit 7.

Betingelsen for, at spændingerne er tilladelige, bliver derfor

$$\frac{1}{r_0} \cdot \sigma_{NU} + \frac{1}{r_b} \left(\sigma_{M_0} + \sigma_{M_1} + \mu \sigma_{M_1} \frac{\sigma_{N_m}}{\frac{2}{3} r_E - \sigma_{N_m} \left(1 + \frac{r_E}{r_0} \right)} \right) \leq 1.$$

5. Kurver for spærfaq.

Ud fra betingelsen for spændingerne kan der nu optegnes kurver for, hvorledes den nødvendige samlede spærbredde pr. meter af tagets længderetning $\left(\frac{\text{spærbredde i tommer}}{\text{spærafstand i m}} = \frac{b''}{d^m} \right)$ afhænger af forholdet mellem højden og spændvidden $\left(\frac{\text{højden i tommer}}{\text{spændvidden i m}} = \frac{h''}{l^m} \right)$.

Kurverne er tegnet for såvel tungt tag (tegl på lægter 95 kg/m^2) som let tag (asbestcementskifer på lægter 45 kg/m^2). For tegl eller skifer på bræddeklædning, som er tungere (angivet til henholdsvis 110 kg/m^2 og 60 kg/m^2 i belastningsforskrifterne), vil der i praksis være mulighed for kraftoptagelse på anden måde, så disse tage i almindelighed er gunstigere stillet og regningsmæssigt kan sidestilles med tegl eller skifer på lægter.

Snebelastningen er efter DS 410 regnet til $p = 37,5 \text{ kg/m}^2$ af horisontalprojektion, medens der efter DS 413 kun er regnet med halvdelen af de i belastningsforskrifterne angivne værdier for vindbelastningen, d. v. s. $w = 16 \text{ kg/m}^2$ og $w_1 = 8 \text{ kg/m}^2$ skrå tagflade.

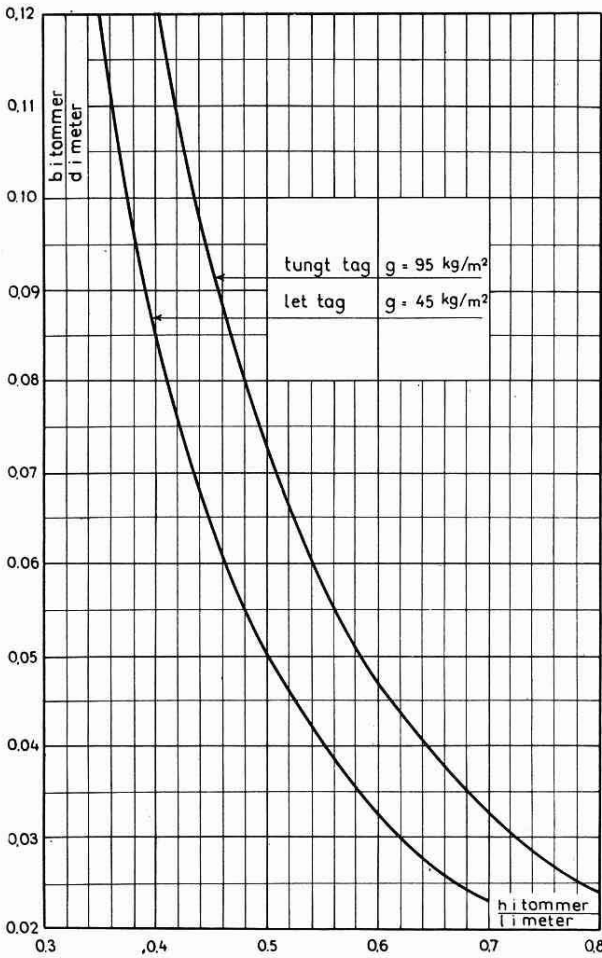


Fig. 5. Dimensioneringskurver for hanebåndsspærfag i overensstemmelse med forslag til bygningsreglement til landsbyggelov.

Da belastningstilfældet egenvægt + sne + vind så afgjort er det farligste, er dette lagt til grund, og de tilladelige spændinger er da forøget med 20 0/0, således at der er regnet $r_0 = 78 \text{ kg/cm}^2$, $r_b = 108 \text{ kg/cm}^2$ og $r_E = 12,5 \cdot \left(\frac{h''}{sm}\right)^2 \text{ kg/cm}^2$. Uanset denne forøgelse er belastningstilfældet stadig det farligste.

Kurverne er fastlagt på den måde, at der for en række værdier af h''/l^m ved forsøg er bestemt de værdier af b''/d^m , som netop kan tolereres efter betingelsesligningen overfor.

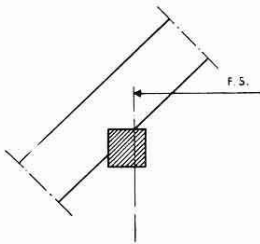
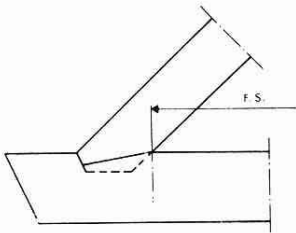
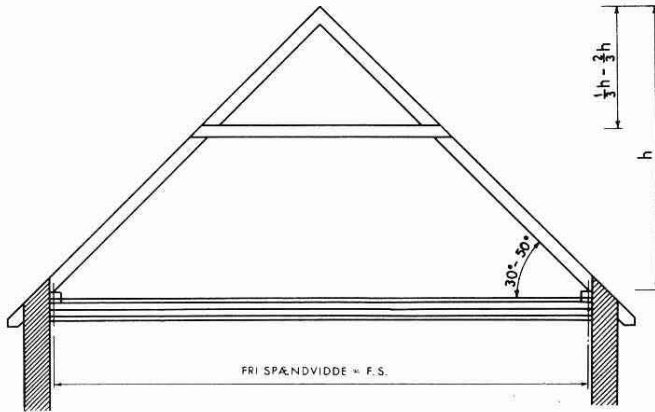


Fig. 6.

6. Tabellerne.

For at nå frem til de tabeller, der findes i forslaget, har en del regnearbejde været påkrævet, dels for fremstillingen af kurverne og dels for ud fra disse at bestemme de endelige tabelværdier.

Tømmerdimensionerne er efter DS 146, og med 5 cm spring i spærafstanden skulle praktisk anvendelige tabeller være tilvejebragt.

De fundne spændvidder er sat lig med spærfagernes fritliggende, hvilket i reglementets § 26, stk. 3, er defineret som den fri spændvidde mellem skæringslinierne mellem spærenes indersider og murremmenes oversider (se fig. 6).

Tabellernes tal giver sig ikke ud for at være eksakte værdier. Der er unøjagtigheder i udregningen, i kurvetegningen og i kurveaflysningen, selv om disse arbejder er søgt udført med størst mulig omhu, og de uundgåelige fejl er søgt udjævnet. Sammenlignet med unøjagtigheder i de gjorte forudsætninger — ikke mindst at så mange forskellige tage er repræsenteret ved kun to typer — må regningsnøjagtigheden dog siges at være tilstrækkelig stor.

Når tabellerne er beregnet således, at de tilladelige spændvidder angives med 1 cm nøjagtighed, skyldes det ikke, at teorierne har en

tilsvarende sikkerhed, men at man har søgt at undgå usikkerhed med hensyn til interpolationer og deraf følgende diskussioner. Den formelle nøjagtighed har således en mere juridisk årsag.

7. *Betingelser for anvendelse af tabellerne.*

Tabellerne er som nævnt beregnet på grundlag af en taghældning på 45° og en beliggenhed af hanebåndet i halvdelen af tagets højde. Ifølge reglementforslaget kan tagets hældning imidlertid variere fra 30° til 50° og hanebåndet anbringes i en højde mellem en trediedel og to trediedele af tagets højde. Ved at betragte kurverne i J. A. Laursens foranævnte artikel i B.S.M. 1948 ses, at påvirkningen i punktet *D* kun ændres moderat indenfor disse grænser.

En forøgelse af hældningsvinklen fra 45° til 50° giver en forøgelse af spændingerne. De angivne tabelværdier kan således være på den usikre side. Da det imidlertid ikke kunne lade sig gøre at have tabeller for flere hældningsvinkler, og det skønnedes, at det ikke var nødvendigt at gå ud fra de absolut ugunstigste forhold, hvilket ville fordyre byggeriet, valgtes 45° som grundlag for tabellerne.

Af J. A. Laursens kurver ses tillige, at momentet i punktet *D* ikke varierer meget inden for den tilladte anbringelse af hanebåndet.

Endvidere ses det, at dersom hanebåndet anbringes enten i en trediedel eller to trediedele af tagets højde, bliver de største momenter i spærden *CE* eller spærden *AC* omtrent af samme størrelse som i punktet *D* og ellers mindre. Det er derfor tilstrækkeligt at gå ud fra påvirkningen i punktet *D*.

Da påvirkningen i spæret *AE* således kan blive lige så stor som i spæret *BE*, er der under disse forhold ingen rimelighed i at anvende en plasticitetsteoretisk betragtning i lighed med den af M. Wiingaard-Andreassen i B.S.M. 1951 side 39 ff opstillede. Ved en anbringelse af hanebåndet f. eks. i halvdelen af tagets højde, kan spæret *AE* ganske vist optage en overskydende belastning, når spæret *BE* har nået flydegrænsen, men ved anbringelse ved den øverste eller nederste grænse er der ingen yderligere bæreevne.

For en ordens skyld skal sluttelig anføres, at det naturligvis ikke vil blive obligatorisk at anvende tabellerne. Man vil altid kunne opnå godkendelse af spærfag på grundlag af nøjagtige beregninger efter Dansk Ingeniørforenings normer.

SUMMARY

The article deals with the computations underlying the tables for design of collar roof trusses for saddle roofs given on pag. 276 in the General Specifications recently submitted for incorporation in a National Building Code.

The tables are based upon a 45° pitch roof truss with collar beam connecting mid-points of rafters, loaded with dead load, snow, and wind load in compliance with specifications of Association of Danish Civil Engineers. They are computed for a heavy roof weighing 95 kgs per sq. m of inclined surface as well as for a light roof weighing 45 kgs per sq. m. The truss is assumed to have maximum load on the left hand side and minimum load on the right hand side.

By means of the theory of elasticity formulas are deduced for moments and direct stresses in collar beam and rafters, the structure being considered as having one redundant when one applies the "method of deformations" on the "main system" obtained by fixing the collar beam at mid-point O . For the point D of the right hand rafter, where the greatest stresses occur, the moment M_0 referring to the "main system" is computed as well as the additional moment M_1 which is caused by releasing the point O .

It is shown that the increase of moment due to the deflection of the rafter is approximately equal to that which would result if the rafter were acting as a column centrally loaded with a force P_m being the mean value of the compressive forces acting in the four rafter elements AC , CE , ED , and DB and, simultaneously, a triangular moment loading of magnitude M_1 at mid-point (the moment M_0 not to be increased).

The properties of strength and elasticity of timber are introduced in conformity with formulas deduced by Jørgen Nielsen in B.S.M. 1953, pag. 39.

The formulas arrived at are illustrated by diagrams in which the abscissae represent the ratios of width of section of rafter in inches to spacing of rafters in meters while the ordinates represent the ratios of height of timber section in inches to length of truss in meters. From these diagrams the tables are derived.

The tables may be used for trusses of forms varying to some degree from those assumed in the computations; the pitch of roof should, however, lie between 30° and 50° and the collar beam should be placed within the middle third of the height of truss.